

سوالات مازاد سایت : مبحث مساله ثانویه

تذکر : در هفته سیزدهم نیز سوالات مازاد سایت ، بخش دوم مساله ثانویه / که شامل سوالات با درجه سختی بالا می باشند بارگذاری خواهد شد. / پاسخ سوالات فوق در کلاس بررسی خواهد شد
۱. مساله زیر را در نظر بگیرید: (urs : آزاد در علامت)

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 \\ -x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 &= 5 \\ 6x_1 + 7x_2 - 3x_3 - 5x_4 &\geq 8 \\ 12x_1 - 9x_2 + 9x_3 + 9x_4 &\leq 20 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \quad x_4 : \text{urs} \end{aligned}$$

ثانویه این مساله:

- (۱) دارای چهار محدودیت و سه متغیر غیر منفی است.
 - (۲) دارای چهار محدودیت و سه متغیر که یک متغیر مثبت و یک متغیر منفی و یک متغیر آزاد در علامت می باشد.
 - (۳) دارای چهار محدودیت و سه متغیر غیر منفی و یک متغیر آزاد در علامت است.
 - (۴) دارای سه محدودیت و چهار متغیر غیر منفی است.
۲. جواب مزدوج مساله زیر چه حالتی دارد؟

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 4x_1 - 7x_2 + 9x_3 \\ \text{s.t. } x_1 + 2x_2 + 4x_3 &\geq 4 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \quad x_3 : \text{urs} \end{aligned}$$

- (۱) بهینه چندگانه (۲) تبهگن موقت (۳) تبهگن دائم (۴) نشدنی

۳. اگر بدانیم جواب بهینه مدل برنامه ریزی خطی زیر $x_1^* = 1/5$ و $x_2^* = 1$ است جواب بهینه مساله مزدوج مدل چیست؟

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 4x_1 + 3x_2 \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 6 \\ -3x_1 + 2x_2 &\leq 3 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 4 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$y_3^* = 1/5, y_2^* = 0, y_1^* = 0/5 \quad (۲)$$

$$y_3^* = 0, y_2^* = 0, y_1^* = 2 \quad (۱)$$

$$y_3^* = 3, y_2^* = 0, y_1^* = 0 \quad (۴)$$

$$y_3^* = \frac{17}{7}, y_2^* = \frac{2}{7}, y_1^* = 0 \quad (۳)$$

۴. در صورتی که $(x_1, x_2, s_1, s_2) = (0, 2, 5, 0)$ یکی از جواب های مساله زیر باشد:

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 8x_1 + 6x_2 \\ \text{s.t. } x_1 - x_2 &\leq 3 \\ 2x_1 + 4x_2 &\leq 8 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

جواب اساسی مکمل آن عبارت است از:

(توجه: متغیرهای کمکی مساله اولیه با s و متغیرهای تصمیم و کمکی مساله ثانویه با y و s' نشان داده شده است).

$$(y_1, y_2, s'_1, s'_2) = (0, 1/5, -5, 0) \quad (۲)$$

$$(y_1, y_2, s'_1, s'_2) = (0, 1/5, 0, -5) \quad (۱)$$

$$(y_1, y_2, s'_1, s'_2) = (1/5, 0, 5, 0) \quad (۴)$$

$$(y_1, y_2, s'_1, s'_2) = (1/5, 0, 0, 5) \quad (۳)$$

۵. در صورتی که y_0 نشان دهنده مقدار تابع هدف ثانویه (مزدوج) مسأله باشد مقدار y_0 کدامست؟

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= x_1 + 2x_2 \\ x_1 + x_2 &\geq 0 \\ 2x_1 - x_2 &\leq 0 \\ 4x_1 + 2x_2 &\leq 0 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

(۴) هشت

(۳) شش

(۲) چهار

(۱) صفر

۶. دوگان مسأله ذیل کدام گزینه است؟

$$\text{Max } x_1 + x_2 \quad \text{s.t.: } |x_1 - x_2| \leq 2 \quad x_1, x_2 \geq 0$$

$$\text{Min } 2y_1 + 2y_2 \quad \text{s.t.: } |y_1 - y_2| \leq 1 \quad y_1, y_2 \geq 0 \quad (۱)$$

$$\text{Min } y_1 + y_2 \quad \text{s.t.: } |y_1 - y_2| \leq \frac{1}{2} \quad y_1, y_2 \geq 0 \quad (۲)$$

$$\text{Min } 2y_1 + 2y_2 \quad \text{s.t.: } |y_1 - y_2| \geq 1 \quad y_1, y_2 \geq 0 \quad (۳)$$

$$\text{Min } y_1 + y_2 \quad \text{s.t.: } |y_1 - y_2| \geq \frac{1}{3} \quad y_1, y_2 \geq 0 \quad (۴)$$

۷. دو پایه متناظر از مسائل LP اولیه $\{P: \text{Min}\}$ و ثانویه $\{D: \text{Max}\}$ را در نظر بگیرید. به طوری که پایه P نابینه باشد در این صورت: (z مقدار توابع هدف)

$$z_p > z_D \quad (۴) \quad z_p \geq z_D \quad (۳) \quad z_p < z_D \quad (۲) \quad z_p \leq z_D \quad (۱)$$

۸. در مسأله برنامه ریزی خطی ذیل، به ازای پایه (x_2, s_1) ، مقدار نسبت $\frac{y_1 - 1}{y_2}$ در مسأله همزاد چقدر است؟

(y : متغیرهای تصمیم مسأله همزاد)

$$\begin{aligned} \text{Max } 2x_1 + 6x_2 \\ 4x_1 + 6x_2 &\leq b_1 \\ x_1 - x_2 &\leq b_2 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

(۴) $\frac{1}{6}$

(۳) ۶

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) ۴

۹. برنامه خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{Min } z = 2x_1 + 2x_2 + 4x_3$$

$$\text{s.t.: } \begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 \geq 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 3 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

اگر قیمتهای سایه بهینه محدودیتها به ترتیب $y_2^* = 3, y_1^* = 1$ باشد، مقدار بهینه x_2 عبارتست از:

$$x_2^* = 2 \quad (۴)$$

$$x_2^* = 1 \quad (۳)$$

$$x_2^* = \frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$x_2^* = 0 \quad (۱)$$

باتوجه به جدول نهایی مسأله LP زیر، به سوال ۱۰ پاسخ دهید:

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	RHS
Z	.	.	.	$\frac{3}{2}$.	$\frac{3}{4}$	۱۱
s_1	.	.	۱	۲	.	.	۱
s_3	.	.	.	۱	۱	-۱	۲
x_1	۱	.	.	$\frac{1}{2}$.	$\frac{1}{2}$	۱
x_2	.	۱	.	-۱	.	۱	۳

۱۰. اگر قیمت بازار منابع اول تا چهارم به ترتیب از راست به چپ ۲ و ۱ و ۲ باشد خرید کدام منبع از نظر اقتصادی به صرفه است؟

(۱) دوم و سوم (۲) اول و سوم (۳) دوم و چهارم (۴) دوم

۱۱. مزدوج مسأله ذیل:

$$\max f(x)$$

st.

$$g(x) = k$$

$$g(x) = k + 1$$

(۱) بیکران است. (۲) کراندار است. (۳) کراندار نیست. (۴) نشدنی است.

۱۲. مسأله ذیل را در نظر بگیرید. در صورتی که در پایه‌ای مفروض از این مسأله، متغیرهای تصمیم تماماً مخالف صفر و مجموع آنها برابر با ۴ باشد، در اینصورت مجموع متغیرهای تصمیم مسأله ثانویه، برابر است با:

$$\max 3x_1 + 2x_2 + x_3$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 10 \\ x_1 + 2x_2 + 6x_3 \leq 7 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۳. مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{Min} = x_1 + x_2 - 4x_3$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 9$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \leq 2$$

$$-x_1 + x_2 + x_3 \geq 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

مدرس : مسعود یگانه

چنانچه حل بهینه اول مسأله فوق بصورت $x_3^* = \frac{13}{3}$ و $x_2^* = 0$ و $x_1^* = \frac{1}{3}$ باشد، در آن صورت بهینه مسأله ثانویه آن کدام است؟

$$y_1^* = -1$$

$$y_1^* = 0$$

$$y_2^* = 0 \quad (۲)$$

$$y_2^* = 1 \quad (۱)$$

$$y_3^* = 2$$

$$y_3^* = 2$$

$$y_1^* = 1$$

$$y_1^* = -1$$

$$y_2^* = 0 \quad (۴)$$

$$y_2^* = 0 \quad (۳)$$

$$y_3^* = 2$$

$$y_3^* = -2$$

۱۴. جواب‌های اولیه و ثانویه مسأله زیر در کدام گزینه است؟

$$\text{Max} z = 8x_1 + 6x_2$$

$$x_1 - x_2 \leq \frac{3}{5}$$

$$x_2 - x_1 \leq -2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(۱) اولیه بیکران، ثانویه غیرموجه

(۲) اولیه و ثانویه دارای فضای بیکران

(۳) اولیه و ثانویه هر دو غیرموجه

(۴) اولیه غیرموجه ولی ثانویه بیکران

۱۵. در صورتی که تابلوی بهینه زیر نشان‌دهنده میزان بهینه ۴ محصول که از ۴ منبع تولیدی استفاده می‌کنند، باشد. کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	R_2	s_3	s_4	
z		5			25	8			16	
x_1		$-\frac{1}{2}$			+2	0			$\frac{8}{3}$	17
x_3		3			$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$			2	8
s_3		4			$+\frac{5}{3}$	$-\frac{10}{3}$			-1	4
x_4		2			3	1			4	8

(۱) منبع تولیدی سوم، بطور کامل مصرف می‌شود.

(۲) قیمت سایه منبع تولیدی دوم -8 است و افزودن این منبع تولیدی به صلاح می‌باشد.

(۳) ارزش منبع تولیدی چهارم نسبت به منبع تولیدی دوم کمتر است.

(۴) تولید هر واحد از محصول دوم، مقدار بهینه تابع هدف را کم می‌کند.

۱۶. مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 4x_1 + 6x_2 + 5x_3 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 &\leq 17 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 &= 8 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

در صورتی که متغیرهای پایه در جواب نهایی به ترتیب x_1 و x_2 باشند، جواب بهینه مسأله ثانویه کدام گزینه می‌تواند باشد؟

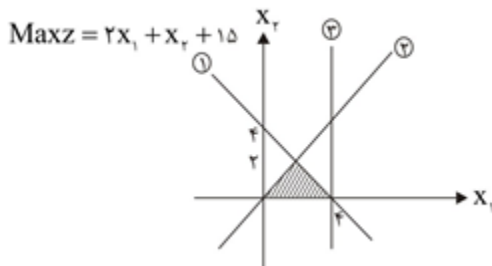
$$z' = 25, y_1 = 1, y_2 = 1 \quad (2)$$

$$z' = 16, y_1 = 3, y_2 = 2 \quad (4)$$

$$z' = 25, y_1 = \frac{1}{2}, y_2 = 2 \quad (1)$$

$$z' = 16, y_1 = 1, y_2 = -1 \quad (3)$$

۱۷. تابع هدف مسأله ثانویه مدل برنامه‌ریزی خطی زیر کدام است؟



$$\text{Min } y_0 = 4y_1 + 4y_3 + 15 \quad (1)$$

$$\text{Min } y_0 = -4y_1 - 4y_3 - 15 \quad (2)$$

$$\text{Min } y_0 = 4y_1 + 4y_2 + 4y_3 + 15 \quad (3)$$

$$\text{Min } y_0 = 4y_1 + 4y_3 \quad (4)$$

۱۸. مسأله ثانویه مدل برنامه‌ریزی خطی زیر کدام حالت خاص را دارد؟

$$\text{Max } z = 2x_1 + 3x_2$$

$$4x_1 + 6x_2 \leq 24$$

$$2x_1 - x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(۱) چندگانه

(۲) تبه‌گن

(۳) بدون جواب

(۴) بدون حالت خاص

۱۹. اگر $(x_1, x_2, x_3)^* = (0, 0, 4)$ جواب بهینه مسأله زیر باشد. جواب بهینه مسأله ثانویه عبارت است از:

$$\text{Max } z = x_1 + 4x_2 + 3x_3$$

$$2x_1 + 3x_2 - 5x_3 \leq 2$$

$$3x_1 - x_2 + 6x_3 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$\text{آزاد} \quad x_1 \geq 0, x_2 \leq 0, x_3$$

$$(y_1, y_2, y_3)^* = (2, 4, 0) \quad (1)$$

$$(y_1, y_2, y_3)^* = (0, 0, 3) \quad (2)$$

$$(y_1, y_2, y_3)^* = (1, 2, 3) \quad (3)$$

$$(y_1, y_2, y_3)^* = (0, 5, 1) \quad (4)$$

مدرس : مسعود یگانه

۲۰. مساله زیر را در نظر بگیرید:

$$\max z = c_1x_1 + c_2x_2$$

$$x_1 - \frac{1}{2}x_2 \leq 8$$

$$x_1 + \frac{5}{2}x_2 \leq 14$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 32$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

اگر جواب بهینه مساله ثانویه این مساله $(y_1, y_2, y_3) = (2, 0, 3)$ باشد و این جواب در ضمن یک جواب تبهگن نباشد، کدام گزینه درست است؟

$$(x_1, x_2) = (5, 4) \quad (۴) \quad (x_1, x_2) = \left(\frac{64}{7}, \frac{16}{7}\right) \quad (۳) \quad (x_1, x_2) = (12, 3) \quad (۲) \quad (x_1, x_2) = (4, 8) \quad (۱)$$

۲۱. مساله زیر را در نظر بگیرید:

$$\min z = 10x_1 + 4x_2 + 5x_3$$

$$5x_1 - 7x_2 + 2x_3 \geq 50$$

$$x_j \geq 0$$

قیمت سایه‌ای محدودیت فوق کدام است؟

$$۲/۵ \quad (۴)$$

$$۲ \quad (۳)$$

$$\frac{4}{7} \quad (۲)$$

$$۰ \quad (۱)$$

۲۲. ثانویه مساله مقابل چه حالت استثنایی دارد؟

$$\max z = x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4$$

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

$$3x_3 + 3x_4 \leq 3$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

(۴) بدون حالت استثنایی

(۳) جواب بهینه چندگانه

(۲) امکان ناپذیر

(۱) تبهگن

۲۳. مقدار بهینه تابع هدف برنامه دوگان، برای برنامه خطی اولیه زیر چیست؟

$$\max z = 6x_1 + 7x_2 - 15x_3 - 18x_4$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 18$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

آزاد در علامت x_4

$$y_1 = 6, z' = 108 \quad (۴)$$

$$y_1 = \frac{+18}{4}, z' = -81 \quad (۳)$$

(۲) نامحدود

(۱) نشدنی

کلید تست ها :

$$۳ \quad (۱۳) \quad ۳ \quad (۱۲) \quad ۳ \quad (۱۱) \quad ۴ \quad (۱۰) \quad ۱ \quad (۹) \quad ۴ \quad (۸) \quad ۴ \quad (۷) \quad ۳ \quad (۶) \quad ۱ \quad (۵) \quad ۲ \quad (۴) \quad ۲ \quad (۳) \quad ۴ \quad (۲) \quad ۲ \quad (۱)$$

$$۱ \quad (۲۳) \quad ۱ \quad (۲۲) \quad ۳ \quad (۲۱) \quad ۳ \quad (۲۰) \quad ۲ \quad (۱۹) \quad ۲ \quad (۱۸) \quad ۱ \quad (۱۷) \quad ۲ \quad (۱۶) \quad ۴ \quad (۱۵) \quad ۳ \quad (۱۴)$$